ASIGNATURA DE MATEMATICAS PARA INGENIERIA 1.

1. Competencias	*Plantear y solucionar problemas con base en los principios y teorías de física, química y matemáticas, a través del método científico para sustentar la toma de decisiones en los ámbitos científico y tecnológico.*
2. Cuatrimestre	*Séptimo*
3. Horas Teóricas	*19*
4. Horas Prácticas	*41*
5. Horas Totales	*60*
6. Horas Totales por Semana Cuatrimestre	*4*
7. Objetivo de aprendizaje	*El alumno resolverá problemas de ingeniería a través de las herramientas y métodos de cálculo multivariable y vectorial para contribuir a su solución.*

Unidades de Aprendizaje	**Horas**		
	Teóricas	**Prácticas**	**Totales**
I. Funciones de varias variables.	4	8	12
II. Derivadas parciales.	5	11	16
III. Integral múltiple.	5	11	16
IV. Funciones vectoriales.	5	11	16

Totales	***19***	***41***	***60***

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

UNIDADES DE APRENDIZAJE

1. Unidad de aprendizaje	***I. Funciones de varias variables.***
2. Horas Teóricas	*4*
3. Horas Prácticas	*8*
4. Horas Totales	*12*
5. Objetivo de la Unidad de Aprendizaje	*El alumno distinguirá el carácter multivariable de situaciones cotidianas para explicar su comportamiento.*

Temas	***Saber***	***Saber hacer***	***Ser***

Temas	*Saber*	*Saber hacer*	*Ser*
Funciones escalares de varias variables.	*Explicar el concepto de funciones de varias variables.* *Reconocer en una función de varias variables:* *-Las variables independientes y dependientes.* *-El dominio y rango.* *Explicar la representación de una función de tres variables en forma:* *-Verbal.* *-Algebraica.* *-Tabla de valores.*	*Determinar en una situación multivariable el número de variables y su interacción.* *Representar una función de tres variables en sus diferentes formas.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Planos y superficies.	*Definir los objetos geométricos en tres dimensiones y sus curvas de nivel:* *a). Planos.* *b). Superficies cuadráticas:* *-Elipsoides.* *-Cono.* *-Paraboloides.* *-Hiperboloides de una y dos hojas.* *-Paraboloides hiperbólicos.* *Explicar la construcción geométrica de un plano y una superficie cuadrática en tres dimensiones.* *Relacionar las curvas de nivel en dos dimensiones con su superficie en tres dimensiones.* *Explicar la graficación de funciones de tres variables con software.*	*Construir planos y superficies cuadráticas en el espacio.* *Determinar las curvas de nivel de planos y superficies cuadráticas.* *Describir el alcance y comportamiento por dominio y rango de una función de tres variables en el espacio.* *Graficar funciones y sus curvas de nivel con software*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	***Saber***	***Saber hacer***	***Ser***
Límites y continuidad en funciones de tres variables.	*Reconocer los conceptos y propiedades de: -Límites. -Continuidad. Explicar el cálculo de límites de funciones de tres variables de forma algebraica y con software: -Identificar el punto a analizar. -Construir una tabla de valores con las variables. -Calcular los valores de la variable dependiente. -Analizar la convergencia de trayectorias dentro de la tabla. -Determinar la continuidad de la función.*	*Determinar la continuidad en trayectorias de funciones de tres variables con límites de forma algebraica y con software.*	*Analítico Proactivo Sistemático Autónomo Responsable Honesto Crítico Ético Objetivo Asertivo*

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

PROCESO DE EVALUACIÓN

Resultado de aprendizaje	*Secuencia de aprendizaje*	*Instrumentos y tipos de reactivos*

Integrará un portafolio de evidencias que contenga: *a)Un reporte de investigación de 3 situaciones de su entorno en donde interactúen varias variables y se establezca lo siguiente:* *-Descripción de la situación e interacción de sus variables.* *-Número de variables que interactúan.* *-Variables dependientes e independientes.* *b). Una serie de 5 ejercicios de funciones de tres variables con el siguiente contenido:* *-La elaboración manual de la superficie cuadrática, sus curvas de nivel y sus proyecciones en los planos XY, XZ y YZ.* *-El dominio y rango de la función.* *-La comprobación gráfica realizada con software.* *c). Tres casos de funciones de tres variables donde se determine la continuidad de las trayectorias de sus variables, justificando la respuesta con la ayuda de la graficación por medio de software.*	*1. Identificar los elementos de una función de varias variables.* *2. Determinar el dominio y rango de una función de varias variables.* *3. Representar funciones de tres variables en forma algebraica, tablas y gráficamente (manual y través de software).* *4. Determinar la continuidad de una función de varias variables.*	*Estudio de casos* *Lista de cotejo*

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Métodos y técnicas de enseñanza	***Medios y materiales didácticos***
Estudio de caso *Trabajo colaborativo* *Aprendizaje basado en problemas*	*Pintarrón* *Equipo de cómputo* *Cañón* *Material impreso* *Software Mathematica, Winplot*

ESPACIO FORMATIVO

Aula	Laboratorio / Taller	Empresa
	X	

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

UNIDADES DE APRENDIZAJE

1. Unidad de aprendizaje	***II. Derivadas parciales.***
2. Horas Teóricas	*5*
3. Horas Prácticas	*11*
4. Horas Totales	*16*
5. Objetivo de la Unidad de Aprendizaje	*El alumno determinará la razón de cambio de una situación multivariable para comprender su comportamiento.*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
La derivada parcial.	*Definir el concepto de derivada parcial.* *Identificar la derivada parcial como:* *-Razón de cambio.* *-Pendiente* *-Recta tangente a la curva.* *Explicar la construcción geométrica de la derivada parcial con software.* *Explicar las reglas de derivación parcial:* *-Leyes de la diferenciación ordinaria.* *-Derivadas parciales de orden superior.* *-Diferenciación parcial implícita.* *-Regla de la cadena.*	*Predecir la razón de cambio con la gráfica de la recta tangente en superficies de una función de tres variables con software.* *Determinar la derivada parcial de funciones multivariables.* *Medir la razón de cambio en problemas multivariados de su entorno.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático.* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Vector gradiente y derivada direccional.	*Definir el vector gradiente, la derivada direccional y sus aplicaciones.* *Describir las características del vector gradiente y la derivada direccional en un punto dado en el plano.* *Explicar el cálculo e interpretación de vector gradiente y derivada direccional:* *a).Obtener el vector gradiente:* *-Derivar parcialmente con respecto a X y Y.* *-Evaluar las derivadas parciales anteriores en el punto dado, para obtener las direcciones fxi+fyj.* *b). Determinar el vector unitario:* *-Dado el vector dirección V.* *-Dado dos puntos P y Q.* *-Dado el ángulo θ.* *c).Realizar el producto punto (producto escalar) del vector gradiente y el vector unitario.* *Explicar la representación gráfica de vectores gradientes y derivada direccional en una superficie con software.*	*Determinar en un punto la máxima razón de cambio y la razón de cambio en cualquier dirección.* *Representar en software direccionales y vectores gradientes en superficies.* *Evaluar razones de cambio multidireccionales en problemas del entorno.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático.* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Extremos de funciones multivariables.	*Reconocer los conceptos de:* *-Valores críticos.* *-Máximos y mínimos de una función.* *Explicar el concepto de extremos con restricciones.* *Explicar gráficamente los extremos de una función multivariable con y sin restricciones, con software.* *Explicar el método para calcular máximos y mínimos, y los multiplicadores de Lagrange.* *Identificar la aplicación de los extremos de una función como puntos de optimización.*	*Representar gráficamente en software extremos de funciones de tres variables con y sin restricciones.* *Determinar extremos máximos y mínimos de una función de tres variables con y sin restricciones.* *Determinar soluciones óptimas en problemas de su entorno.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático.* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

PROCESO DE EVALUACIÓN

Resultado de aprendizaje	***Secuencia de aprendizaje***	***Instrumentos y tipos de reactivos***

A partir de un caso relacionado a su entorno, entregará un reporte con lo siguiente: *-Razones de cambio en direcciones dadas.* *-La dirección y magnitud de la máxima razón de cambio.* *-Los extremos de la función.* *-La representación gráfica elaborada con software.* *-Interpretación de los datos en el contexto de la situación dada.*	*1. Identificar el concepto de derivadas parciales y sus reglas.* *2. Analizar la derivada direccional y vector gradiente.* *3. Comprender el procedimiento de solución de derivadas direccionales y vector gradiente.* *4. Comprender el concepto y método de cálculo de máximos, mínimos y multiplicadores de Lagrange.*	*Estudio de caso* *Rúbrica*

PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Métodos y técnicas de enseñanza	***Medios y materiales didácticos***
Estudio de caso *Trabajo colaborativo* *Aprendizaje basado en problemas*	*Pintarrón* *Equipo de computo* *Cañón* *Material impreso* *Software*

ESPACIO FORMATIVO

Aula	*Laboratorio / Taller*	*Empresa*
	X	

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

UNIDADES DE APRENDIZAJE

1. Unidad de aprendizaje	***III. Integral múltiple.***
2. Horas Teóricas	*5*
3. Horas Prácticas	*11*
4. Horas Totales	*16*
5. Objetivo de la Unidad de Aprendizaje	*El alumno determinará áreas de regiones generales en el plano XY y volúmenes de sólidos irregulares para fundamentar la aplicación de las integrales en la resolución de problemas de ingeniería.*

Temas	*Saber*	*Saber hacer*	*Ser*

Temas	***Saber***	***Saber hacer***	***Ser***
Integral doble y triple.	*Describir los conceptos de:* *-Integral iterada doble y triple.* *-El Teorema de Fubini.* *Explicar el método de resolución de integrales iteradas dobles y triples con las técnicas:* *-Fórmulas directas.* *-Por cambio de variable.* *-Utilizando identidades trigonométricas.* *-Por partes.*	*Determinar la solución de integrales iteradas dobles y triples.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Áreas de regiones generales.	*Explicar la aplicación de integral doble para el cálculo de área de regiones generales proyectadas sobre el plano XY.* *Clasificar el planteamiento de la integral para el cálculo del área de la región general:* *-Región Tipo I: entre f(x) y g(x) a lo largo del eje Y, valores fijos a lo largo del eje X.* *-Región Tipo II: Entre f(y) y g(y) a lo largo del eje X, valores fijos a lo largo del eje Y.* *Explicar el método de cálculo de área de la región general:* *-Realizar un bosquejo de la región.* *-Identificar las funciones presentes en la región y sus intervalos.* *-Determinar el tipo de región, Tipo I ó II.* *-Formular la Integral doble.* *-Resolver la integral.* *Explicar el cálculo de área y representación gráfica de la región general en software.*	*Determinar el área de la región general analíticamente y con software.* *Representar gráficamente en software el área de la región general.* *Determinar en situaciones de su entorno áreas de regiones irregulares con integral doble.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	**Saber**	**Saber hacer**	**Ser**
Volúmenes.	*Explicar la aplicación de la integral triple para el cálculo de volumen de un sólido.* *Explicar el método de cálculo del volumen de un sólido:* *-Realizar un bosquejo del sólido.* *-Identificar las funciones presentes en el sólido y sus intervalos.* *-Formular la Integral triple* *-Resolver la integral.* *Explicar el cálculo de volumen y representación gráfica del sólido en software.*	*Determinar el cálculo de volumen de un sólido analíticamente y con software.* *Representar gráficamente en software el volumen de un sólido.* *Determinar en situaciones de su entorno volúmenes de sólidos irregulares con integral triple.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

PROCESO DE EVALUACIÓN

Resultado de aprendizaje	Secuencia de aprendizaje	Instrumentos y tipos de reactivos

A partir de objetos geométricos irregulares integrará un portafolio de evidencias con lo siguiente: *a). Cálculo de área:* *-Bosquejo de la región, gráfica en software.* *-Funciones presentes en la región y sus intervalos.* *-Tipo de región, I ó II.* *-La integral doble formulada.* *-Resolución de la integral.* *-Validación con software de los cálculos.* *b). Cálculo de volumen:* *-Bosquejo del sólido en software.* *-Funciones presentes en el sólido y sus intervalos.* *-La integral triple formulada.* *-Resolución de la integral.* *-Validación con software de los cálculos.*	*1. Identificar los conceptos de integral doble, triple y teorema de Fubini.* *2. Comprender el método de resolución de integrales dobles y triples.* *3. Comprender el planteamiento y método de cálculo del área de la región general.* *4. Comprender el procedimiento de cálculo de volumen de un sólido.* *5. Determinar áreas y volúmenes a través de integrales dobles o triples.*	*Estudio de caso* *Rúbrica*

PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Métodos y técnicas de enseñanza	***Medios y materiales didácticos***
Estudio de caso *Trabajo colaborativo* *Aprendizaje basado en problemas*	*Pintarrón* *Equipo de computo* *Cañón* *Material impreso* *Software*

ESPACIO FORMATIVO

Aula	Laboratorio / Taller	Empresa
	X	

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

UNIDADES DE APRENDIZAJE

1. Unidad de aprendizaje	***IV. Funciones Vectoriales.***
2. Horas Teóricas	*5*
3. Horas Prácticas	*11*
4. Horas Totales	*16*
5. Objetivo de la Unidad de Aprendizaje	*El alumno resolverá problemas de funciones vectoriales para contribuir a la solución de situaciones de ingeniería.*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Ecuaciones paramétricas.	*Explicar los conceptos de:* *-Parámetro.* *-Ecuación paramétrica.* *-Curva paramétrica.* *Explicar la modelación de una ecuación paramétrica y su representación gráfica.* *Identificar los elementos de una curva paramétrica:* *-Orientación.* *-Punto inicial.* *-Punto final.* *Clasificar los tipos de curvas paramétricas:* *-Plana.* *-Cerrada simple.* *-Cerrada pero no simple.* *Explicar la graficación de curvas paramétricas con software.*	*Parametrizar ecuaciones.* *Graficar curvas de ecuaciones paramétricas.* *Representar gráficamente curvas paramétricas con software.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	***Saber***	***Saber hacer***	***Ser***
Cálculo en funciones vectoriales.	*Explicar el concepto de función vectorial.* *Explicar las propiedades de los límites de funciones vectoriales y criterios de continuidad.* *Explicar el proceso de cálculo de límites en funciones vectoriales.* *Explicar las propiedades de la diferenciación en funciones vectoriales.* *Reconocer las reglas básicas de diferenciación.* *Explicar el concepto de longitud de arco.* *Reconocer las reglas básicas de integración.*	*Determinar en una función vectorial:* *-Continuidad con límites.* *-La derivada en cualquier punto donde haya continuidad.* *-La integral.* *-La longitud de una curva en un intervalo.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

Temas	Saber	Saber hacer	Ser
Integral de línea.	*Explicar el concepto de integral de línea* *Describir gráficamente la integral de línea.* *Explicar el método de solución para realizar una integral de línea:* *-Parametrizar la curva.* *-Definir el parámetro del intervalo.* *-Describir la ecuación vectorial.* *-Derivar la ecuación vectorial.* *-Calcular el módulo de la ecuación vectorial.* *-Sustituir en la integral de línea* $\int_a^b f(\vec{r}(t))\left\|\vec{r}'(t)\right\|dt$ *-Resolver la integral.* *Representar en software la integral de línea.*	*Determinar la integral de línea de ecuaciones paramétricas.* *Representar la integral de línea en software.*	*Analítico* *Proactivo* *Sistemático* *Autónomo* *Responsable* *Honesto* *Crítico* *Ético* *Objetivo* *Asertivo*

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

PROCESO DE EVALUACIÓN

Resultado de aprendizaje	***Secuencia de aprendizaje***	***Instrumentos y tipos de reactivos***

Integrará un portafolio de evidencias que contenga: *a). Tres ecuaciones:* *-Parametrizarlas.* *-Representación gráfica incluyendo sentido, punto inicial y final.* *-Clasificación de la curva.* *-Continuidad.* *-La derivada.* *-Longitud de la curva.* *b). Tres ejercicios de integral de línea con su representación gráfica en software.*	*1. Comprender los conceptos de parámetro, curva paramétrica y proceso de modelación de la ecuación paramétrica.* *2. Identificar la función vectorial y sus límites de funciones vectoriales.* *3. Comprender el procedimiento de cálculo de límites en funciones vectoriales.* *4. Identificar el concepto de integral de línea y su representación gráfica.* *5. Comprender la solución de la integral de línea.*	*Portafolio de evidencias* *Rúbrica*

PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Métodos y técnicas de enseñanza	***Medios y materiales didácticos***
Estudio de caso *Trabajo colaborativo* *Aprendizaje basado en problemas*	*Pintarrón* *Equipo de computo* *Cañón* *Material impreso* *Software*

ESPACIO FORMATIVO

Aula	***Laboratorio / Taller***	***Empresa***

	X	

MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA I

CAPACIDADES DERIVADAS DE LAS COMPETENCIAS PROFESIONALES A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Capacidad	***Criterios de Desempeño***
Identificar elementos de problemas mediante la observación de la situación dada y las condiciones presentadas, con base en conceptos y principios matemáticos, para establecer las variables a analizar.	*Elabora un diagnóstico de un proceso o situación dada enlistando:* *- Elementos* *- Condiciones* *- Variables, su descripción y expresión matemática.*
Representar problemas con base en los principios y teorías matemáticas, mediante razonamiento inductivo y deductivo, para describir la relación entre las variables.	*Elabora un modelo matemático que exprese la relación entre los elementos, condiciones y variables en forma de diagrama, esquema, matriz, ecuación, función, gráfica o tabla de valores.*
Resolver el planteamiento matemático mediante la aplicación de principios, métodos y herramientas matemáticas para obtener la solución.	*Desarrolla la solución del modelo matemático que contenga:* *- Método, herramientas y principios matemáticos empleados y su justificación* *- Demostración matemática* *- Solución* *- Comprobación de la solución obtenida*

Capacidad	*Criterios de Desempeño*
Valorar la solución obtenida mediante la interpretación y análisis de ésta con respecto al problema planteado para argumentar y contribuir a la toma de decisiones.	*Elabora un reporte que contenga:* *- Interpretación de resultados con respecto al problema planteado.* *- Discusión de resultados* *- Conclusión y recomendaciones*

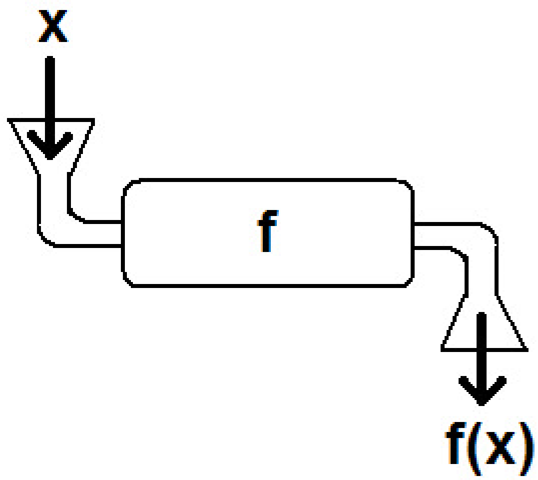
1. Funciones de varias variables.

1.1 Funciones escalares de varias variables.

1.1.1. Explicar el concepto de funciones de varias variables

Una función es una relación entre dos conjuntos donde a cada elemento del primer conjunto le corresponde un solo elemento del segundo conjunto. Esta es la definición matemática de una función. Existen funciones comunes que poseen una variable independiente (x) que cambia libremente sin depender de ningún parámetro y una variable dependiente (y) que cambia respecto a x. El cambio que sufre y está definido por una expresión algebraica que funge como regla.

Se puede entender a una función como una máquina por la que entra algo y sale algo diferente, procesado:



Una función de dos variables tiene como dominio parejas de números (así que se le asignará un número nuevo a cada una de estas parejas). En general, el dominio de una función con n variables (n ≥ 1) está formado por puntos con n coordenadas, y la función asocia a cada punto un número real determinado.

Una función con n variables es una regla f que asocia a cada punto (x1, x2, . . ., xn) dentro de un determinado conjunto D un número real f(x1, x2, . . . , xn). El dominio D es un subconjunto de Rn, es decir, está formado por puntos con n coordenadas. Representaremos esta función escribiendo:

$$f : D \to \mathbb{R} \quad \text{o bien} \quad D \xrightarrow{f} \mathbb{R}.$$

1.1.2. Reconocer en una función de varias variables

Variable.

Una **variable** es un símbolo cualquiera que puede representar cualquier valor.

Variable independiente es aquella que toma valores independientemente de otros factores y que no podemos controlar directamente, pero podemos controlar su rango para efectos de estudios de un determinado comportamiento. Ejemplo: El tiempo. Su efecto incide sobre *variable dependiente*.

Variable dependiente es aquella que toma valores de acuerdo con la función o modelos matemático y al cambio de valores de la variable independiente.

En cálculo de varias variables “X,y” por lo común es la variable independiente y “Z” son las variables dependientes.

Dominio e imagen.

I. Dominio. - Son todos los valores que puede tomar la variable independiente (x,y).
II. Rango. - Son todos los valores que puede tomar la variable dependiente (Z), **una vez que se le haya asignado los valores a la variable independiente.**

Estrategia para encontrar el Dominio e Imagen de cualquier función.

1. Identificar el nombre y/o tipo de función.
2. Reconocer las restricciones algebraicas de la función. Ejemplo:
   2.1. Si existen raíces pares, el contenido del radicando debe ser mayor o igual a “CERO”.
   2.2. Si existen divisiones, el denominador debe ser diferente de cero.
   2.3. Los logaritmos deben de ser mayores de cero.
3. Si es una función compuesta se debe de analizar sus componentes individuales y combinar los posibles dominios.
4. Si la función representa un modelo matemático, se deben de incluir las limitantes físicas del problema.
5. Una vez habiendo determinado el domino se procede a obtener la imagen.
6. La imagen de una función está dada por el valor mayor y menor del dominio, excepto para los cuales en los que el dominio es simétrico, para tales casos se procederá a usar el valor menor o mayor y la mitad del dominio.

NOTA: EN ALGUNAS FUNCIONES (COMO EN EL CASO DE LAS FUNCIONES RACIONALES Y LAS TRIGONOMÉTRICAS ES MÁS FACTIBLE DETERMINAR PRIMERO LA IMAGEN Y POSTERIORMENTE EL DOMINIO.

Ejemplo determine el dominio de las siguientes funciones de varias variables.

1) $f(x,y)=\log(5x^2-7xy^2)$

$D(-\infty,\infty \,|\, 5x^2-7xy^2>0)$ Porque no existe logarítmo de CERO, ni negativos.

2) $f(x,y)=\sqrt{3x^2y-4x}$

$D(-\infty,\infty \,|\, 3x^2y-4x\geq 0)$ Porque no existe raíces negativas.

3) $f(x,y)=\dfrac{2x+4xy}{5x-7y}$

$D(-\infty,\infty \,|\, 5x-7y\neq 0)$ Porque no existe divisiones de CERO.

4) $f(x,y)=\sqrt{\dfrac{3x-5xy^2}{7x-4y}}$

$$D\left(-\infty,\infty \,\middle|\, 7x-4y\neq 0\cap\frac{3x-5xy^2}{7x-4y}>0\right)$$

Porque no existe divisiones de CERO, y la raíz no puede ser negativa.

Actividad de trabajo 1.

Obtenga el dominio de las siguientes funciones de varias variables.

1) $f(x,y)=4x^3y+8xy^2$

2) $f(x,y)=\ln\left(9x^2-4y\right)$

3) $f(x,y)=\ln\left(\sqrt{5x-8y^3}\right)$

5) $f(x,y)=\dfrac{6x^2-3y}{9x+4y}$

6) $f(x,y)=7x^2y+11xy^3$

7) $f(x,y)=sen\left(2xy\right)$

4) $f(x,y)=\sqrt[3]{5x^2-2y}$

8) $f(x,y)=\sqrt{\dfrac{6x^2y+7xy^2}{9xy-4y^2}}$

Evaluación de funciones:

Evaluar una función significa encontrar el valor real que le corresponde a la variable dependiente, una vez que se le asigna un valor a la variable independiente.

Por ejemplo, si definimos una función $f(x)=-2+3x^2-\dfrac{1}{x}$, el valor de la función cuando x = 2, sería:

$$f(2)=-2+3(2)^2-\frac{1}{2}=-2+12-\frac{1}{2},$$
$$f(2)=\frac{19}{2}$$

Evaluación de funciones de varias variables:

1) $f(x,y)=x(y-2)^3;\ f(1,-3);\ f(2,2)$

1.1) $f(1,-3)=(1)(-3-2)^3=-125$

1.2) $f(2,2)=(2)(2-2)^3=0$

2) $f(x,y)=xe^y-x^2;\ f(1,-\ln(2));\ f(2,0)$

2.1) $f(1,-\ln(2))=(1)e^{-\ln(2)}-(1)^2=\dfrac{-1}{2}$

2.2) $f(2,0)=(2)e^0-(2)^2=-2$

3) $f(x,y)=\dfrac{xy^3-1}{x-y};\ f(0,-3);\ f(2,-2)$

3.1) $R=\dfrac{-1}{3}$

3.2) $R=\dfrac{-17}{4}$

4) $f(u,t)=e^{ut}-t;\ f(\ln(3),2);\ f(0,10)$

4.1) $R=7$

4.2) $R=-9$

$5) g(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}; g(1,0,1); f(0,4,3)$

$5.1) R=\sqrt{2}$

$5.2) R=5$

$6) G(w,z)=\dfrac{\ln(1+zw)}{1+2z}; G(1,0); G(1,1-e)$

$6.1) R=0$

$6.2) R=\text{Error del dominio}$

$7) h(r,s,t,u)=\dfrac{1-u^2}{s+t}; h(1,-2,-1,1); h(1,-2,-1,2); h(1,y,x+h,0)$

$7.1) R=0$

$7.2) R=1$

$7.3) R=\dfrac{s+t}{s\left(x+y\right)+t\left(x+y\right)-u^2+1}$

1.1.3. Explicar la representación de una función de tres variables en forma:

Existen tres maneras de representar e identificar las funciones, analíticamente, gráficamente y tabularmente. Y cada una de ellas expresa la manera en que podemos visualizar los problemas reales mediante símbolos, datos ordenados o gráficos con el fin de poder comprender y analizar mejor las situaciones de un problema.

a. Analíticamente. - Representa el lenguaje matemático puro a través de símbolos y números que se expresan mediante una fórmula matemática. Ejemplo:

$$f(x)=x+5$$

Analíticamente "y" no representa función de "x" si al momento de despejar "y" esta tiene exponente par. Ejemplo:

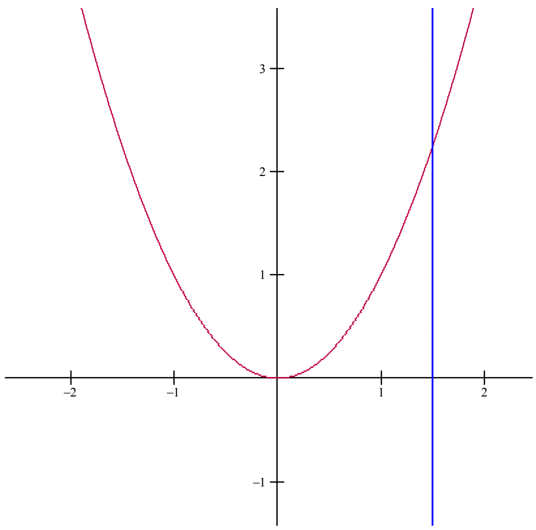
$$y^2=3x-2$$

b. Tabularmente, a través de un conjunto de pares ordenados (x,y).

X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

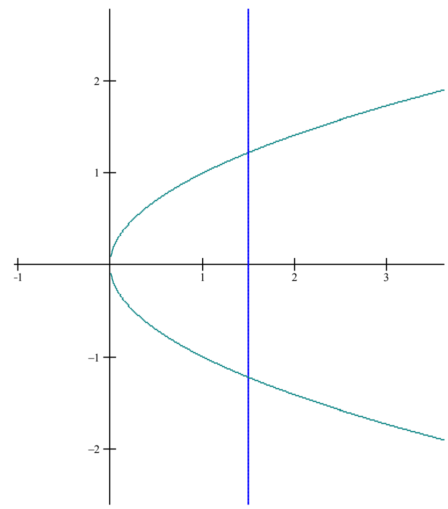
Tabularmente "y" no representa función de "x", si existen dos pares ordenados que posean diferente valor de "x" para el mismo valor de "y". Ejemplo: (2,5) y (2,-5)

c. Gráficamente, es decir, a través del dibujo de los pares ordenados en el plano cartesiano o en cualquier otro sistema de coordenadas.



"Y" SI representa función de "x".

Grafica 1.1



"Y" NO representa función de "x".

Grafica 1.2

Gráficamente "y" no representa función de "x" si en la gráfica, esta es cruzada 2 o más veces por una línea vertical, grafica 1.1 y 1.2

1.2 Planos y superficies

1.2.1. Octante

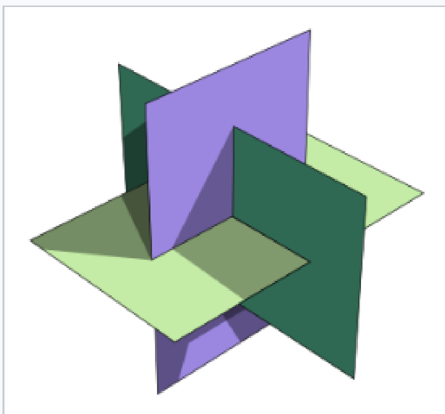
Un octante en geometría del espacio es cada una de las ocho divisiones coordenadas cartesianas tridimensionales dividen al espacio euclidiano definidos por los signos de las coordenadas. Es similar al cuadrante bidimensional y al semi eje mono-dimensional.1

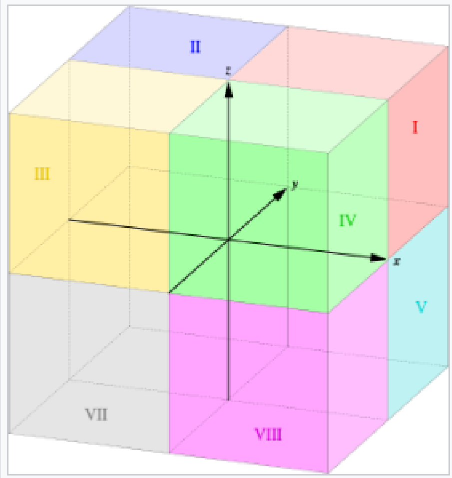
La generalización de un octante se denomina ortante.
Denominación y numeración

Para z > 0, los octantes tienen la misma numeración que los cuadrantes correspondientes en el plano.
Una convención para denominar los octantes es por el orden de signos respecto a los tres ejes, p. ej. (+ - -) o (- + -). El octante (+ + +) se define a veces como el primer octante, a pesar de que los descriptores de los números ordinales similares no se definen así para los otros siete octantes. Las ventajas de utilizar en su lugar la notación (+ - -) es porque no es ambigua, y es extensible a dimensiones de orden más alto.

Número	Nombre	x	y	z	Octal (+=0,zyx)	Octal (+=1,zyx)
I	Superior-frontal-derecho	+	+	+	0	7
II	Superior-posterior-derecho	−	+	+	1	6
III	Superior-posterior-izquierdo	−	−	+	3	4
IV	Superior-frontal-izquierdo	+	−	+	2	5
V	Inferior-frontal-derecho	+	+	−	4	3

VI	Inferior-posterior-derecho	−	+	−	5	2
VII	Inferior-posterior-izquierdo	−	−	−	7	0
VIII	Inferior-frontal-izquierdo	+	−	−	6	1


Tres planos axiales (x=0, y=0, z=0) dividen el espacio en ocho octantes de igual ámbito, cada uno con unos signos de coordenadas que van de (-,-,-) a (+,+,+).



Para z > 0, los octantes tienen la misma numeración que los cuadrantes correspondientes en el plano.

1.2.2. *Planos*

En geometría, un plano es un objeto ideal que solo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas; es un concepto fundamental de la geometría junto con el punto y la recta.

Cuando se habla de un plano de polina, se está hablando del objeto geométrico que no posee volumen, es decir bidimensional, y que contiene un número infinito de rectas y puntos. Sin embargo, cuando el término se utiliza en plural, se está hablando de aquel objeto elaborado como una representación gráfica de superficies en diferentes posiciones. Los planos son especialmente utilizados en ingeniería, arquitectura y diseño, ya que sirven para diagramar en una superficie plana o en otras superficies que son regularmente tridimensionales.

Un plano queda definido por los siguientes elementos geométricos:

Tres puntos no alineados.
Una recta y un punto exterior a ella.
Dos rectas paralelas o dos rectas que se cortan.
Los planos suelen nombrarse con una letra del alfabeto griego.

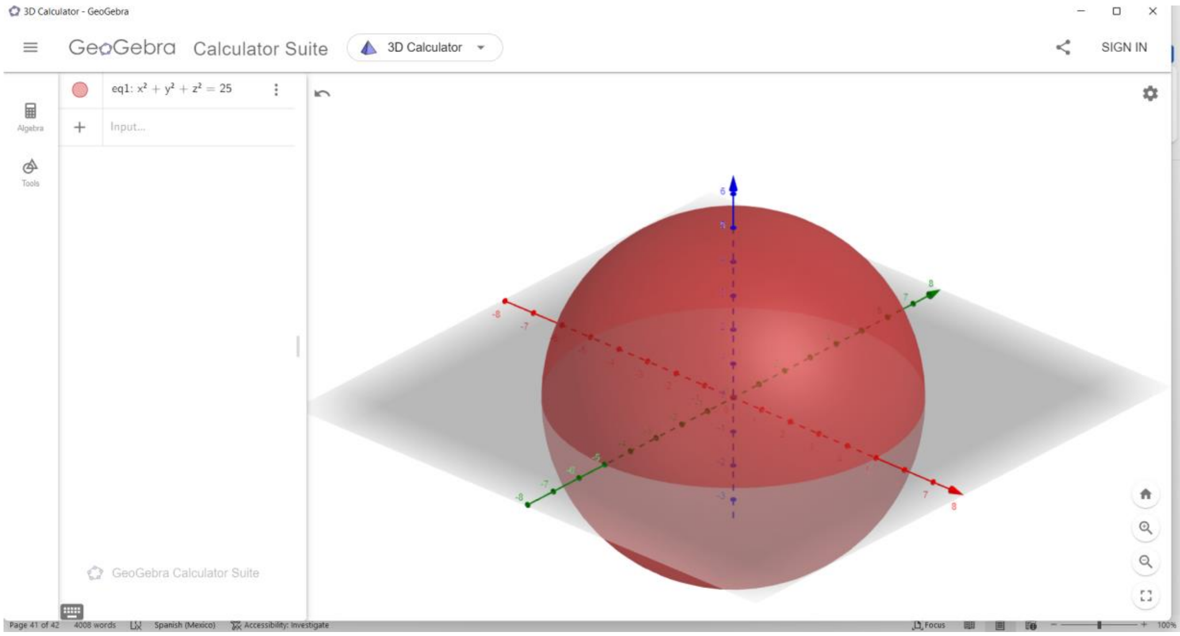
1.2.3. Superficies cuadráticas

1.2.3.1. Esfera

En geometría, una superficie esférica es una superficie de revolución formada por el conjunto de todos los puntos del espacio que equidistan de un punto llamado centro.

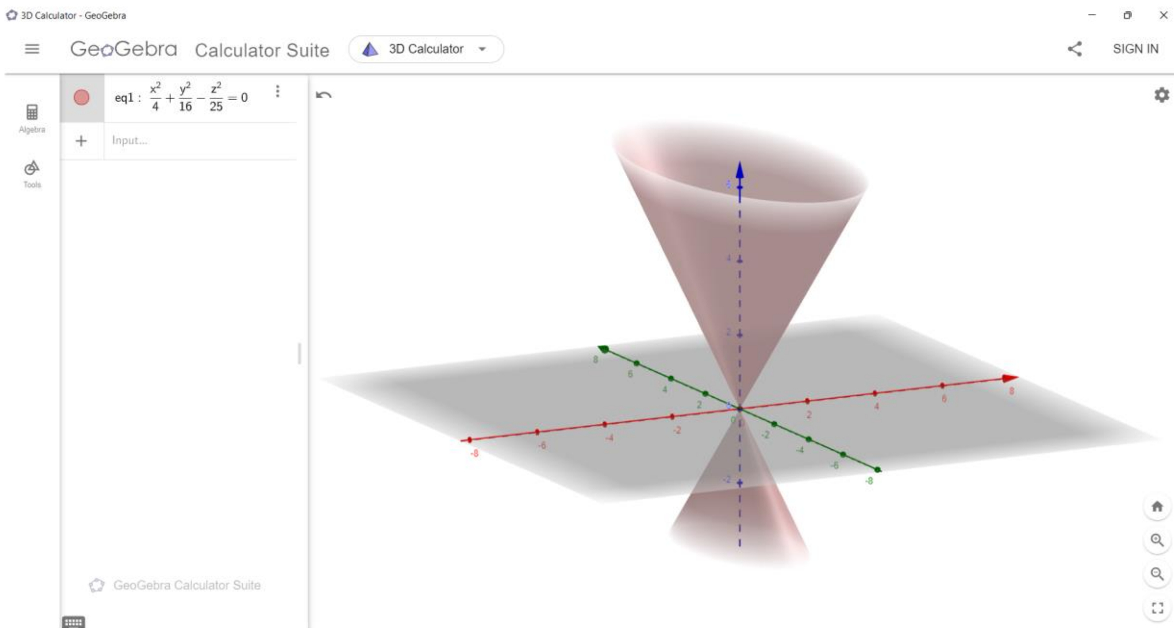
Para los puntos cuya distancia es menor que la longitud del radio, se dice que forman el interior de la superficie esférica. La unión del interior y la superficie esférica se llama bola cerrada en topología, o esfera, como en geometría elemental del espacio.1 La esfera es un sólido geométrico.

La esfera, como sólido de revolución, se genera haciendo girar una superficie semicircular alrededor de su diámetro. La ecuación de la esfera es la siguiente $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ejemplo:



1.2.3.2. *Cono*

En geometría, un cono recto es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Al círculo conformado por el otro cateto se denomina base y al punto donde confluyen las generatrices se llama vértice. La ecuación del cono es la siguiente $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ ejemplo:



1.2.3.3. *Elipsoide*

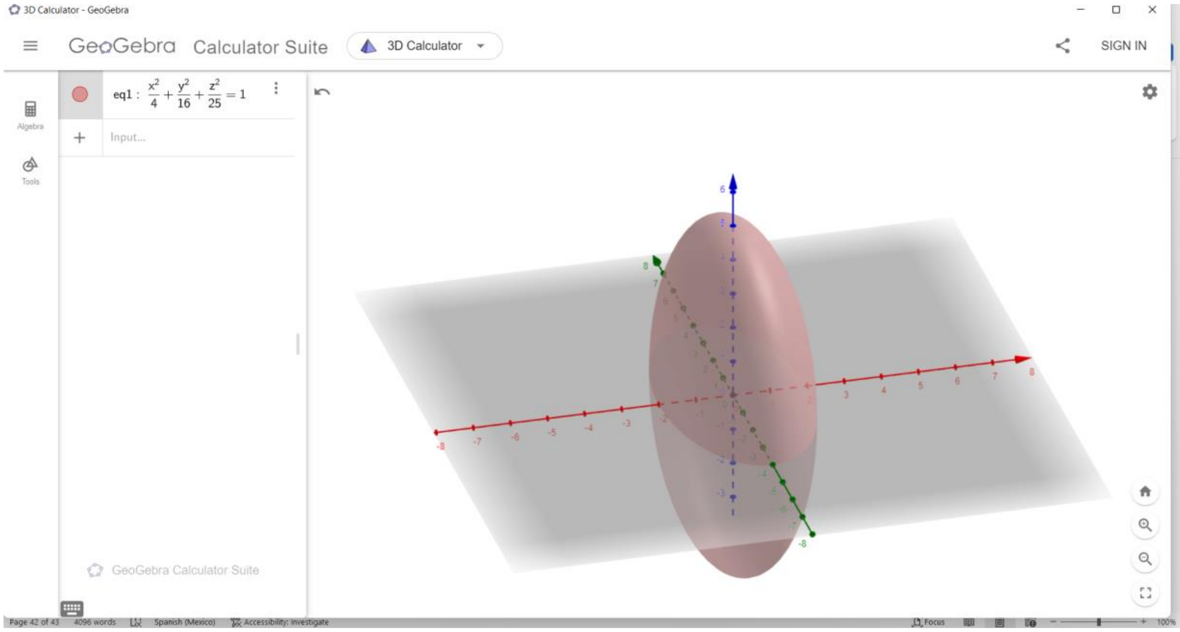
Un elipsoide es una superficie curva cerrada cuyas tres secciones ortogonales principales son elípticas, es decir, son originadas por planos que contienen dos ejes cartesianos cada plano.

En matemática, es una cuádrica análoga a la elipse, pero en tres dimensiones.

Un elipsoide se obtiene al «deformar» una esfera, mediante una transformación homológica, en la dirección de sus tres diámetros ortogonales.

Al rotar una elipse alrededor de uno de sus dos ejes se obtiene un elipsoide de revolución o esferoide. La ecuación del elipsoide es la siguiente $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

ejemplo:

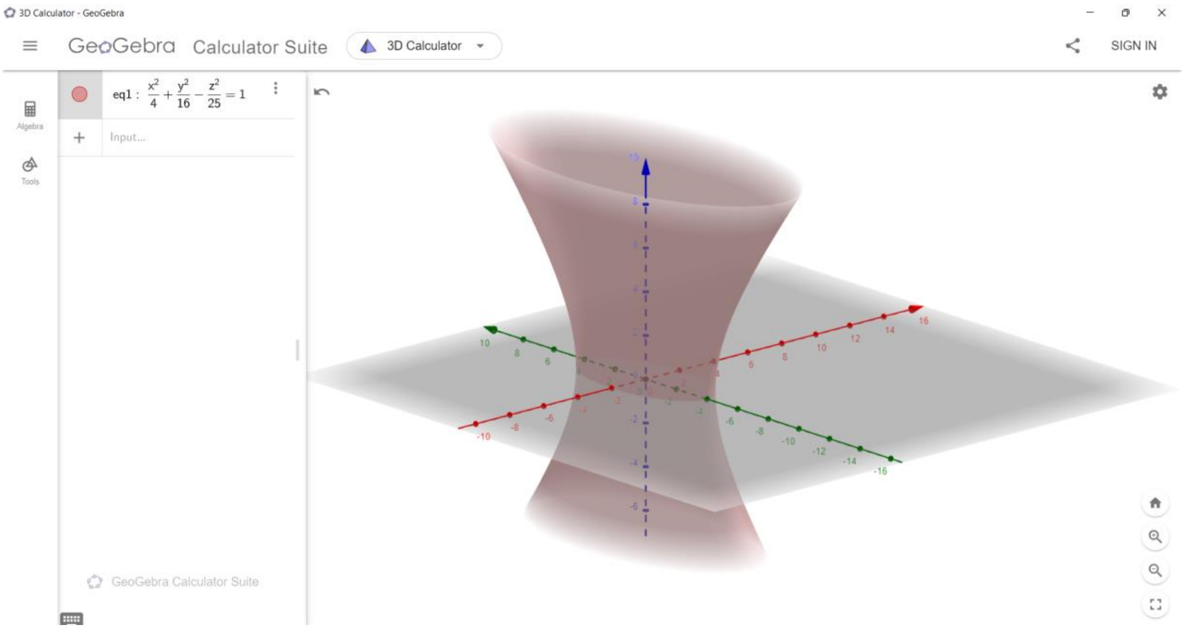


1.2.3.4. *Hiperboloide*

El hiperboloide es la superficie de revolución generada por la rotación de una hipérbola alrededor de uno de sus dos ejes de simetría. Dependiendo del eje elegido, el hiperboloide puede ser de una o dos hojas.

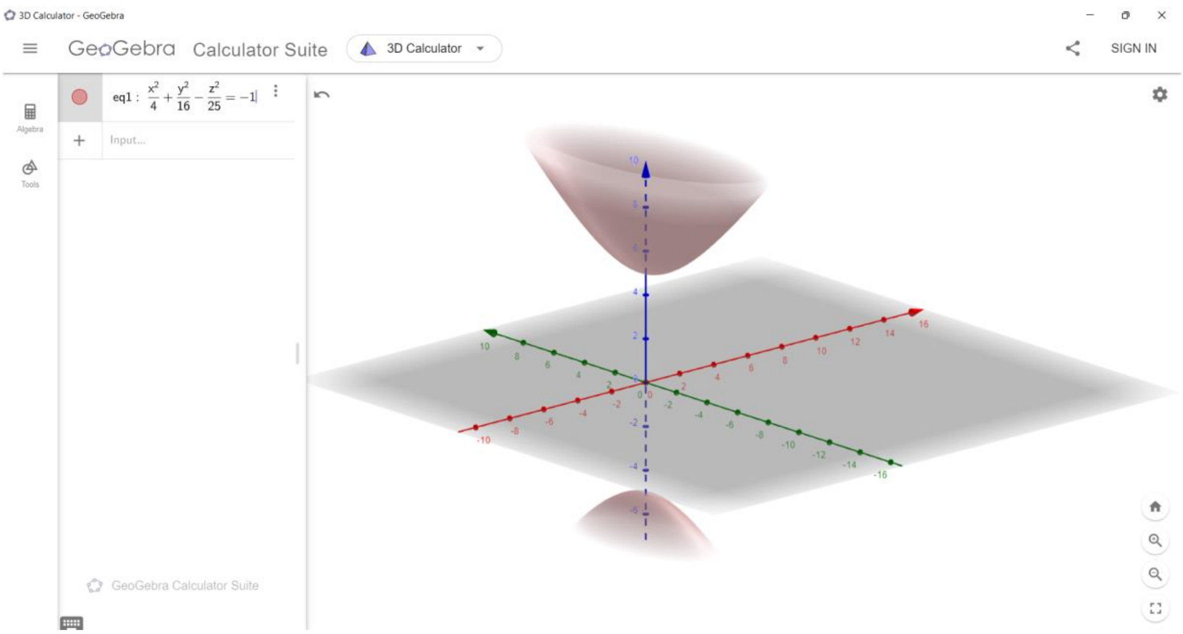
Hiperboloide de una hoja.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$



Hiperboloide de dos hojas.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$



1.2.3.5. Paraboloide

En la geometría analítica, un paraboloide es una cuádrica, un tipo de superficie tridimensional que se describe mediante ecuaciones cuya forma canónica es del tipo:

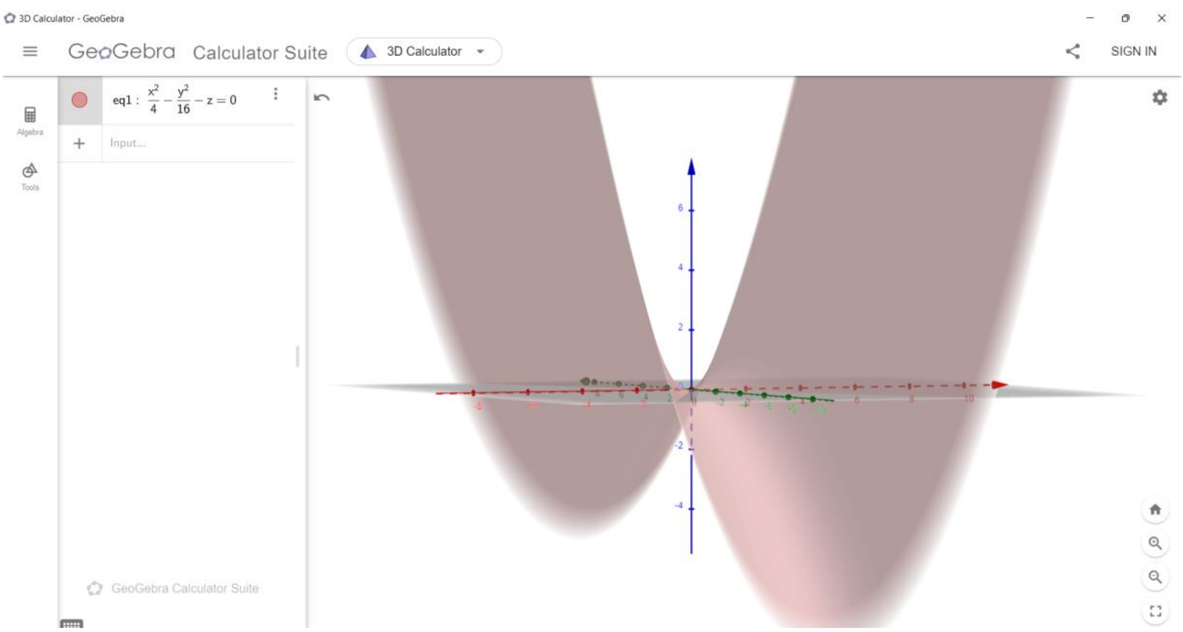
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 \pm \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$

Los paraboloides pueden ser elípticos o hiperbólicos, según sea que sus términos cuadráticos (los que contienen variables elevadas al cuadrado, aquí indicadas como x e y) tengan igual o distinto signo, respectivamente.

Paraboloide hiperbólico.

Un paraboloide será hiperbólico cuando los términos cuantitativos cuadráticos de su ecuación canónica sean de signo contrario:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$



El paraboloide hiperbólico es una superficie doblemente reglada por lo que se puede construir a partir de rectas. Por su apariencia, también se lo denomina superficie de silla de montar.

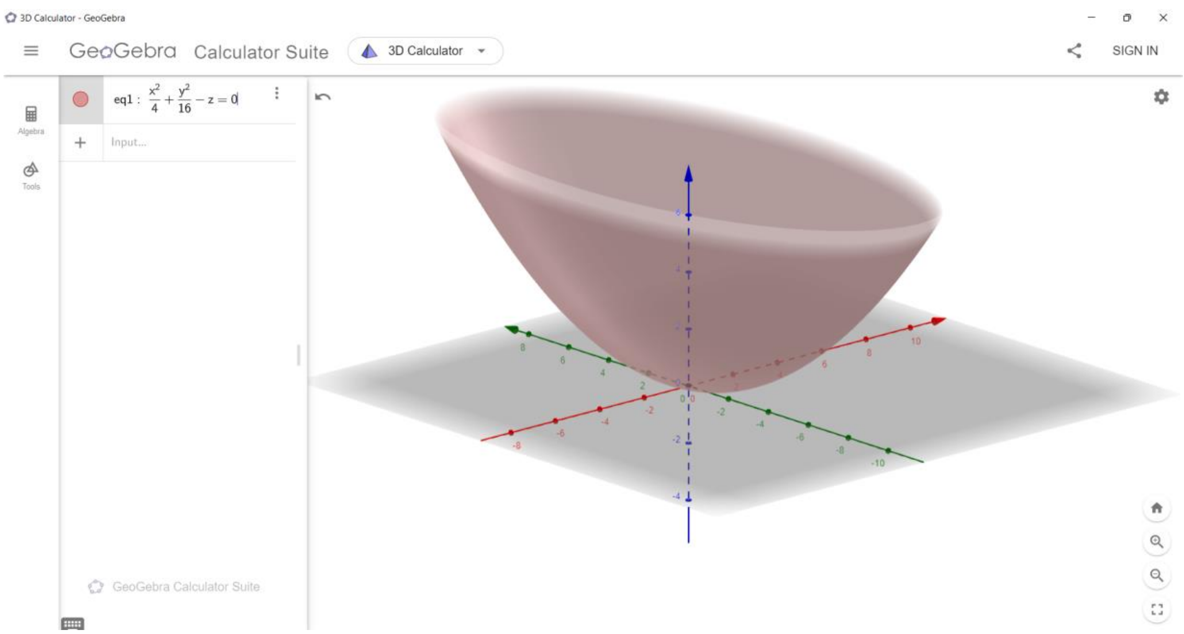
El paraboloide hiperbólico es una superficie engendrada por el desplazamiento de una parábola generatriz que se desliza paralelamente a sí misma a lo largo de otra parábola directriz de curvatura opuesta situada en su plano de simetría.2

Los aperitivos Pringles se caracterizan por tener una forma de paraboloide hiperbólico.

Paraboloide elíptico.

Un paraboloide será elíptico cuando los términos cuadráticos de su ecuación canónica sean del mismo signo:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$



Si además es a = b, el paraboloide elíptico será un paraboloide de revolución, que es la superficie resultante de girar una parábola en torno a su eje de simetría.

Las antenas parabólicas son paraboloides de revolución, y tienen la propiedad de reflejar los rayos paralelos entrantes hacia su foco, punto donde se ubica el receptor.

1.3 Límites y continuidad de funciones de tres variables.

1.3.1. Límites

En cálculo de una variable, para que el límite exista, el límite por la izquierda y por la derecha deben de ser iguales, en otras palabras, cuando el límite por la izquierda y por la derecha son diferentes el límite bilateral no existe.

a) El límite por la derecha significa que “x” se aproxima a “c” por valores superiores a “c” y se denota: $\lim_{x \to c^+} f(x) = L$

b) El límite por la izquierda significa que “x” se aproxima a “c” por valores inferiores a “c” y se denota: $\lim_{x \to c^-} f(x) = L$

Teorema de la existencia del límite.

Si “F” es una función y “c” y “L” son números reales, el límite de f(x) cuando “c” se aproxima a “c” es “L” sí y sólo sí:

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = L = \lim_{x \to c^-} f(x) = L$$

El límite de tres variables se escribe así:

$$\lim_{(x,y) \to (a,b)} f(x,y) = L$$

Sin embargo, en límites de tres variables no es posible o factible realizar este análisis debido a las infinitas trayectorias, en este caso es más fácil hacer una negación.

Si f (x, y) no se aproxima al mismo número L por dos trayectorias diferentes a (a, b), entonces $\lim_{(x,y) \to (a,b)} f(x,y) = L$ ***no existe.***

Para determinar el límite de varias variables podemos realizar el siguiente procedimiento:

1) **Se hace cero primero “Y” y luego “X”, si el límite es diferente el límite por lo tanto no existe, si es igual, no significa que el límite exista, se**

recomienda hacer el paso 2.

2) **Si en el paso 1 se obtuvo el mismo resultado, se sustituye por una ecuación lineal, si el límite es diferente el límite no existe, si es igual, no significa que el límite exista, se recomienda hacer el paso 3.**
3) **Si en el paso 2 se obtuvo el mismo resultado, se sustituye por una ecuación cuadrática, si el límite es diferente el límite no existe, si es igual, no significa que el límite exista, se procede a generalizar el proceso incrementando el grado de la ecuación hasta demostrar de forma irrefutable que el límite o es diferente o sí es el mismo, demostrando con esto la existencia o no del límite.**

Ejemplo 1:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-3y^2}{x^2+2y^2}$$

$$\lim_{(x,0)\to(0,0)} \frac{x^2-3(0)^2}{x^2+2(0)^2} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{(0,y)\to(0,0)} \frac{(0)^2-3y^2}{(0)^2+2y^2} = \frac{-3y^2}{2y^2} = \frac{-3}{2}$$

$\therefore$ Por lo tanto el límite no existe.

Ejemplo 2:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$$\lim_{(x,0)\to(0,0)} \frac{x(0)}{x^2+(0)^2} = \frac{0}{x^2} = 0$$

$$\lim_{(0,y)\to(0,0)} \frac{(0)y}{(0)^2+y^2} = \frac{0}{y^2} = 0$$

Esto no significa que el límite existe, por lo que pasamos a analizar la ecuación por paso 2.

$$\lim_{(x,x)\to(0,0)} \frac{x(x)}{x^2+(x)^2} = \frac{x^2}{x^2+(x)^2} = \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{(x,2x)\to(0,0)} \frac{x(2x)}{x^2+(2x)^2} = \frac{2x^2}{x^2+(2x)^2} = \frac{2x^2}{5x^2} = \frac{2}{5}$$

$\therefore$ Por lo tanto el límite no existe.

Ejemplo 3:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4-y^4}{x^2-y^2}$$

En esta caso en particular podemos factorizar, siempre es conveniente recordar que podemos usar nuestros conocimientos previos para simplicar la expresión algebraica.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4-y^4}{x^2-y^2} = \frac{\cancel{\left(x^2-y^2\right)}\left(x^2+y^2\right)}{\cancel{x^2-y^2}} = x^2+y^2 = 0+0=0$$

$\therefore$ Por lo tanto el límite es CERO.

1.3.2. Continuidad

Una función es continua si no tiene interrupciones en la gráfica es decir si no presenta agujeros en la gráfica, matemáticamente una función es continua si se cumplen las siguientes tres condiciones:

Función continua:

1) F(a,b) está definida.
2) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$ Existe
3) F(a,b)= $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)$

Por el contrario, una función es discontinua si se presentan los siguientes dos casos:

Función discontinua removible:

1) F(a,b) no está definida.
2) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$ Existe

3) F(a,b)= $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)$ Nota: Eliminando la discontinuidad

Función discontinua No removible:

1) F(a,b) no está definida.
2) $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$ No existe
3) F(a,b)≠ $\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)$

Ejemplo 1:

DETERMINE MEDIANTE LAS TRES CONDICIONES SI LA SIGUIENTE FUNCIÓN ES CONTINUA EN F(1,1)

$$f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{(x-y)}, \text{ en } f(1,1)$$

Condiciones:

$$1) f(1,1) = \frac{1^2 - 1^2}{(1-1)} = \frac{0}{0} \text{ No está definida}$$

$$2) \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2 - y^2}{(x-y)} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)} = x+y$$

Nota:Como se eliminó la indeterminación se puede sustituir directamente el valor.

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2 - y^2}{(x-y)} = x+y = 1+1 = 2$$

$\therefore$ Por lo tanto se trata de una función discontinua removible.

Ejemplo 2:

DETERMINE MEDIANTE LAS TRES CONDICIONES SI LA SIGUIENTE FUNCIÓN ES CONTINUA EN F(-1,0)

$$f(x,y)=\frac{x^3y^2(x+y)^3}{y}\text{, en } f(-1,0)$$

Condiciones:

$$1) f(-1,0)=\frac{(-1)^3(0)^2(-1+0)^3}{0}=\frac{0}{0} \text{ No está definida}$$

$$2) \lim_{(x,y)\to(-1,0)}\frac{x^3y^2(x+y)^3}{y}=\frac{x^3y^{\cancel{2}}(x+y)^3}{\cancel{y}}=x^3y(x+y)^3$$

Nota:Como se eliminó la indeterminación se puede sustituir directamente el valor.

$$\lim_{(x,y)\to(-1,0)}\frac{x^3y^2(x+y)^3}{y}=x^3y(x+y)^3=(-1)^3(0)(-1+0)^3=0$$

$\therefore$ Por lo tanto se trata de una función discontinua removible.

Ejemplo 3:

DETERMINE MEDIANTE LAS TRES CONDICIONES SI LA SIGUIENTE FUNCIÓN ES CONTINUA EN F(1,2)

$$f(x,y)=\frac{xy}{2x-y}, \text{ en } f(1,2)$$

Condiciones:

$$1) f(1,2)=\frac{xy}{2x-y}=\frac{(1)(2)}{2(1)-(2)}=\frac{2}{0} \text{ No está definida}$$

$$2) \lim_{(x,y)\to(1,2)}\frac{xy}{2x-y}$$

Nota:Como no se eliminó la indeterminación el límite no existe.

$\therefore$ Por lo tanto se trata de una función discontinua NO Removible.

Ejemplo 4:

DETERMINE MEDIANTE LAS TRES CONDICIONES SI LA SIGUIENTE FUNCIÓN ES CONTINUA EN F(3,2)

$$f(x,y)=\frac{2x-y}{2x}, \text{ en } f(3,2)$$

Condiciones:

$$1) f(3,2)=\frac{2x-y}{2x}=\frac{2(3)-2}{2(3)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3} \text{ Está definida}$$

$$2) \lim_{(x,y)\to(3,2)}\frac{2x-y}{2x}=\frac{2(3)-2}{2(3)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3} \text{ Existe}$$

$$3) \lim_{(x,y)\to(3,2)} f(x,y)=f(3,2)$$

$\therefore$ Por lo tanto se trata de una función continua.